第 10 卷第 2 期 经 济 学 Vol. 10, No. 2
2011 年 1 月 China Economic Quarterly January, 2011

企业的最优产品差异化选择

龚 强 张 懿*

摘 要 本文考察了环形城市模型中交通成本对企业最优产品差异程度的影响。企业首先选择产品差异程度，然后进行价格竞争。我们发现：与人们通常的认识——交通成本的凹凸性决定了企业产品差异化倾向——不同；边际交通成本的凹凸性起了关键的作用。当边际交通成本的倒数为凸函数时，企业将选择最大的产品差异化程度。本文指出，产品差异最大化能够得到社会福利最大化，但市场竞争不一定能得到这个结果，此时资源配置的效率存在改进的空间。

关键词 产品差异最大化，交通成本，环形城市模型

一、引 言

随着生产技术的进步，新的产品在市场上层出不穷。企业之间的竞争，不但降低了市场价格，更重要的是提供了种类丰富的产品。根据 Brynjolfsson *et al*.（2003）的估算，与市场价格下降这一结果比起来，产品多样化能够带来更多消费者剩余；所以我们有必要对产品差异化问题加以分析。不同于传统的寡头竞争模型如产量竞争和价格竞争，考虑产品差异化的模型至少在以下两个方面具有重要的现实意义。首先，因为规模经济的存在，单个厂商生产所有商品既不可能，也不是最优的，所以不同的企业会选择生产差异化的商品。其次，现实中的市场竞争激烈程度远远低于完全竞争市场，这在很大程度上是由差异化的产品造成的。企业会有意识地选择差异化的产品来减弱和对手的竞争，以获得更高的利润。[1] 但是，为了争夺市场份额，企业之间又会有动机缩小彼此之间的产品差异，以此来吸引更多的消费者。因此，研究这个问题是有意义的——自由市场竞争环境中，企业会选择怎样的产品差异程度？什么条件下，企业会最大化产品差异？这也是研究产品差异化的经济

* 龚强，北京大学中国经济研究中心，100871；电话：(010)62758907；E-mail：qgong@ccer.pku.edu.cn。张懿，Department of Economics, University of Wisconsin-Madison, 53705；E-mail：yzhang237@wisc.edu。作者感谢审稿人提出的宝贵意见，当然文中的错误和疏漏之处完全由作者负责。

[1] 当然，也存在相反的观点，Klemperer (1992) 指出，当消费者对产品多样性存在偏好时，企业可能通过缩小彼此之间产品差异，抑制消费者从多个企业购买商品，进而获得市场价格信息，来削弱市场竞争的激烈程度。

学家一直以来所关注的问题。

鉴于企业产品差异化问题的重要性，本文旨在研究以下问题：消费者改变偏好的成本结构（在本文中体现为环型城市的交通成本）对于企业产品差异化程度的选择具有怎样的影响？我们的研究表明：当边际交通成本增加比较快时，企业会选择最大化彼此的产品差异，这对整个社会来说也是最优的；否则，企业的产品差异化程度过低，造成不效率的资源配置。

本文的结构安排如下：第二部分是文献回顾，第三部分描述了本文的模型框架，第四部分对模型进行求解并给出了主要的性质和结论，第五部分总结了本文的贡献，同时指出下一步工作的方向。

二、文献回顾

产品差异化这一问题最早是由研究寡头和不完全竞争的经济学家提出的，如 Hotelling（1929）、Chamberlin（1933）、Robinson（1934）、Lerner and Singer（1937）。随着经济学理论的发展，目前用于讨论产品差异化的模型主要有两类：一类假设消费者具有凸的偏好（convex preference），主要是 Dixit and Stiglitz（1977）、Suen（1991）。另一类则是在 Hotelling（1929）的线性城市模型基础上发展起来的，主要有 Hotelling（1929）、Lerner and Singer（1937）、Stern（1972）、Lancaster（1979）、Salop（1979）。

Dixit and Stiglitz（1977）引入了规模经济，在一个新古典的宏观经济学模型框架中讨论社会最优的产品多样化程度。当消费者具有常弹性效用函数时，市场自由竞争导出的产品多样化程度是次优（constrained Pareto optimal）的；但是当消费者的效用函数的弹性是可变的时候，市场导出的结果和社会次优的结果存在偏差，而且其方向是不确定的。这个模型的不足之处在于其讨论一般的情形是非常困难的，市场能否导出社会最优的产品差异化程度取决于成本函数和需求函数的具体形式。这个缺陷在本文中得到了一定程度的弥补：本文是在环形城市模型基础上针对"交通成本函数"（刻画了消费者对不同产品的偏好）的一般形式展开讨论，并给出了企业选择产品差异最大化的充分必要条件。

由于 Dixit-Stiglitz 模型的局限性，目前更为广泛采用的研究产品差异化的模型是从 Hotelling 的线性城市模型发展起来的空间模型。Hotelling 的初衷是为了解决 Bertrand 的价格模型中，需求是价格不连续的函数这一问题，从而提出线性城市模型，并且他认为这个模型更加符合现实情形。但是线性城市模型后来被广泛地应用于描述产品之间的差异，企业之间的距离被解释为商品差异的大小，消费者的交通成本被解释为消费者对差异产品的偏好程度。后来线性城市模型被 Salop（1979）发展为环形城市模型，本文就是在环形城市的模型框架下来讨论产品差异化问题。

Hotelling（1929）的线性城市模型中采用了线性交通成本的假设，指出企业之间会最小化产品差异，市场的结果与 Bertrand 竞争均衡完全相同。事实上，Hotelling 的结论是错误的，因为线性的交通成本假设下，企业面临的需求仍然不是价格的连续函数，只要企业把价格降得足够低，就可以一下子抢占整个市场。企业在第一期预料到这个结果，就不会选择靠得太近。靠得太近之后原来的纯策略价格竞争结果就不再是均衡，企业有动机降价，价格竞争的均衡变成了混合策略。但是在线性交通成本假设下，我们可以确定很有价值的两点：(1) 产品差异最大化不是企业的最优选择；(2) 企业之间总是有动机减小产品的差异化程度。

当线性交通成本的假设不成立时，市场均衡的产品差异化程度会发生巨大的变化。D'Aspremont，Gabszewicz and Thisse（1979）指出了 Hotelling 的错误，给出了纯策略价格竞争结果是均衡的充分必要条件，并且使用了二次函数的交通成本。注意到二次交通成本函数其实是一个非常特殊的函数：(1) 二次函数使得企业的需求对于价格是连续的；(2) 此时企业的需求函数不但是连续的，而且表达式是完全一致的，不分段，而且有显式解，有效地避免了 Hotelling 遇到的问题。在二次交通成本的假设下，市场均衡的结果是产品差异最大化的。

我们发现，在不同的线性城市模型中，交通成本都扮演着一个重要的角色。给定模型的其他设定不变，如果我们把交通成本函数从线性函数改为严格凸函数（或严格凹函数），都会得到完全不同甚至截然相反的结论。

当然，线性和二次的交通成本函数都只是幂函数的特例。Economides（1986）讨论了幂指数在 $[1,2]$ 之间的情况，并且用数值方法计算出了幂指数在什么范围内，企业会选择产品差异最大化。但是到目前为止，关于交通成本函数对产品差异化的影响这一问题还是缺少一个一般的结论和判断。本文的一个主要贡献就在于对一般的交通成本函数形式进行讨论，并且给出了交通成本函数对于企业选择产品差异最大化的充分必要条件，这样一来，Economides 对幂函数的讨论也只是本文的一个特殊情况。

本文的另一个贡献是在环形城市模型中来讨论产品差异化问题。正如我们看到的，前人对产品差异化问题的讨论多局限于线性城市模型，对于环形城市中企业会选择怎样的产品差异化程度、市场的均衡会是什么样的等问题则关注较少。本文将产品差异化问题的讨论拓展到了环形城市模型，并且得出了与线性城市模型中类似的结论。

近年来，为了探讨空间模型中的产品差异化问题，经济学家们对空间模型的设定作了很多调整和修正，研究在新的假设下市场均衡的产品差异化程度。例如：Economides（1989，1993）把产品质量的选择引入了线性和环形城市模型，指出在线性城市模型中，均衡的结果为产品差异最大化、产品质量差异最小化；而在环形城市模型中，Economides 则发现产品质量和产品的

多样化程度之间存在负相关关系。Kim and Serfes（2006）在线性城市框架中考虑了消费者可以对每家企业各自购买一个商品的情形，此时，企业会选择最小化彼此的产品差异。中国学者对这个问题也有大量的理论和实证研究。例如：潘晓军和陈宏民（2003）构造了一个纵向产品差异化的两阶段模型（先决定产品质量再决定产量），研究了当产品具有网络外部性特征时，其规模收益特征对企业的产品质量差异度、利润、产品价格和需求等因素的影响。然后对产品的规模收益递增和递减两种情况作了比较分析，指出规模经济递减时，企业更有动机扩大产品差异化程度。蔺雷和吴贵生（2005）以“制造业服务增强”研究为起源，在经典的线性城市模型框架内，构建了服务延伸产品差异化的完全信息动态博弈模型，指出服务能有效延伸产品差异化并增强产品竞争力，它提升了厂商价值和消费者剩余，进而提高了社会总福利。但是，以上这些模型都忽视了交通成本函数的重要性。已有的结论不能回答这个基本的问题，交通成本函数到底是怎样影响企业选择产品差异化的决策的？这个问题在本文中得到了较好的回答。

三、模型设定

市场是一个环形的城市，周长单位化为1，有1单位的消费者均匀分布于其上。消费者对商品的需求为单位需求，其保留效用为常数U，旅行l单位的交通成本为函数$f(l)$，其中$f'(l)>0$。

在博弈的开始时刻，企业1已经位于市场上进行生产，不妨以企业1的位置作为0点（见图1）。然后企业2决定进入的位置x（由对称性，我们只需要考虑$x\leqslant\frac{1}{2}$即可），最后两个企业进行价格竞争。

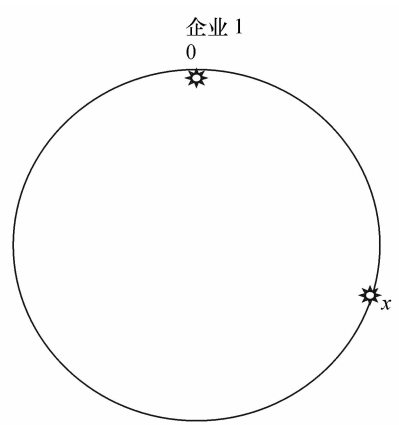
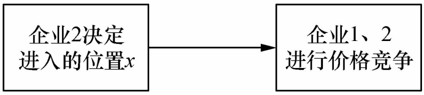


图 1

整个模型的时间安排如下：



每家企业的生产商品的边际成本为常数 v 且 $U \gg v$。

四、模型求解

逆向推导：

给定企业 2 选择了位置 x，两家企业进行价格竞争。两家企业定价 p_1，p_2，因为消费者的保留效用 U 足够大，所以两家企业总是会服务所有的消费者。

定理 1　给定企业 2 进入位置 x，价格竞争的一个局部均衡[2]如下：

$$p_1^*(x) = p_2^*(x) = v + \frac{1}{\dfrac{1}{f'\left(\dfrac{x}{2}\right)} + \dfrac{1}{f'\left(\dfrac{1-x}{2}\right)}},$$

$$\pi_1^*(x) = \pi_2^*(x) = \frac{1}{\dfrac{2}{f'\left(\dfrac{x}{2}\right)} + \dfrac{2}{f'\left(\dfrac{1-x}{2}\right)}}.$$

证明　见附录 1。Q. E. D

给定企业在第一期选择的产品差异化程度 x，本定理给出了价格竞争这个子博弈的一个局部均衡，所谓的“局部”均衡指的是企业不会有动机在该策略附近偏离。即：给定企业 2 选择价格

$$p_2 = v + \frac{1}{\dfrac{1}{f'\left(\dfrac{x}{2}\right)} + \dfrac{1}{f'\left(\dfrac{1-x}{2}\right)}},$$

那么企业 1 选择

$$p_1 = v + \frac{1}{\dfrac{1}{f'\left(\dfrac{x}{2}\right)} + \dfrac{1}{f'\left(\dfrac{1-x}{2}\right)}}$$

的利润高于选择价格

$$p_1 = v + \frac{1}{\dfrac{1}{f'\left(\dfrac{x}{2}\right)} + \dfrac{1}{f'\left(\dfrac{1-x}{2}\right)}} \pm \varepsilon.$$

---

[2] 在这种情况下，没有企业会有动机在局部上调整自己的价格，也就是说，如果 $(p_1, p_2) = (p, p)$ 且 $p > p^*$，那么两家企业都会有动机把价格下调到 $p - \varepsilon$。

但是，因为企业的利润函数是一个连续的分段函数，所以企业很可能会选择单方面大幅度改变价格以提高利润。关于技术上的详细说明请参见附录。必须指出，这也是唯一可能的一个纯策略价格竞争均衡。

从定理 1 中，我们可以看到，交通成本函数决定了企业的均衡定价和利润，并且交通成本函数是以一阶导数（即边际交通成本）的形式来影响企业的决策的。给定企业在第一期选择的产品的差异化程度 x，我们看到边际交通成本越大，那么企业的均衡定价就会越高，从而企业的利润也会越大。这就是说边际交通成本越大，那么消费者“出行”越是不便，消费者改变偏好的成本就越高，企业之间的竞争就会减弱，各自对市场的控制能力加强，从而企业的定价就会越高。另外，由于均衡时两个企业平分市场，且我们假设消费者的保留效用足够高，消费者总是会进行购买，所以更高的均衡价格就意味着更高的利润。

为了下文表述的方便，我们在这里作一些数学上的定义：

$$\Omega = \{x \in [0,1) \mid \pi_1^*(x) \geqslant \underline{\pi}_1(x)\},$$

$$\Omega^c = \{x \in [0,1) \mid \pi_1^*(x) < \underline{\pi}_1(x)\},$$

其中 $\underline{\pi}_1(x)$ 是给定企业 2 选择价格 $p_2^*(x)$，企业 1 单方面改变价格所能获得的最大收益。容易看到 Ω 是有界闭集。

引理 1 定理 1 给出的纯策略价格竞争均衡是全局均衡当且仅当企业 2 的进入位置 x 满足 $x \in \Omega$。

证明 从略。Q. E. D

定理 1 给出了唯一可能的纯策略价格竞争的均衡，而引理 1 则给出了纯策略价格竞争均衡存在的充分必要条件。当企业 2 的进入位置 x 不在 Ω 内时（也就是说企业的产品差异化程度过小），那么不可能出现一个稳定的纯策略价格竞争均衡，企业 1、2 都会有动机竞相调整价格来获得更高的利润。给定企业 2 选择价格

$$p_2 = v + \frac{1}{\dfrac{1}{f'\left(\dfrac{x}{2}\right)} + \dfrac{1}{f'\left(\dfrac{1-x}{2}\right)}},$$

那么企业 1 最优的价格选择选择

$$p_1 \neq v + \frac{1}{\dfrac{1}{f'\left(\dfrac{x}{2}\right)} + \dfrac{1}{f'\left(\dfrac{1-x}{2}\right)}}.$$

即此时价格竞争这个子博弈的均衡结果将是一个混合策略均衡。纯策略均衡的不存在性是由需求函数的分段特性直接造成的。容易看到 Ω 是有界闭集合，接下来我们将就此集合展开分析和解释。

引理 2　对于凸函数 $f(l)$，存在 ε，若企业 2 的进入位置满足 $x\in\left(\frac{1}{2}-\varepsilon,\frac{1}{2}+\varepsilon\right)$，则定理 1 给出的价格竞争均衡是全局均衡。

证明　见附录 2。Q. E. D

引理 2 其实是引理 1 的一个推论，但是从引理 2 我们可以更清楚地理解价格竞争这个子博弈的纯策略均衡存在所需要的条件。引理 2 说的是，当交通成本函数为凸函数时，也即边际交通成本递增的时候，那么只要两家企业在第一期选择的产品产异化程度足够大，在第二期两家企业进行价格竞争的结果就会是一个对称的纯策略均衡。事实上，给定此时企业之间的产品差异化程度很接近于最大化的产品差异，如果企业选择定理 1 中给出的价格组合的话，那么两家企业是平分市场的。如果任一企业选择单方面降价的话，因为两家企业交界处（也就是市场分割处）的消费者距离该企业足够远，同时交通成本函数 $f(l)$ 为凸函数，所以为了把消费者从竞争对手那里吸引过来，降价企业必须把价格降低较大的幅度，而这将是无利可图的。即，此时没有企业会有动机单方面降价，引理 1 给出的无偏离条件是满足的，价格竞争这个子博弈存在纯策略均衡。

引理 3　对于凹函数 $f(l)$，若其满足 $4f\left(\frac{1}{2}\right)\geqslant f'\left(\frac{1}{4}\right)$，则存在 ε，若企业 2 的进入位置满足 $x\in\left(\frac{1}{2}-\varepsilon,\frac{1}{2}+\varepsilon\right)$，则定理 1 给出的价格竞争均衡是全局均衡。

证明　见附录 3。Q. E. D

引理 3 也是引理 2 的一个推论，但是从引理 3 我们可以更清楚地理解价格竞争这个子博弈的纯策略均衡存在所需要的条件。引理 3 说的是，当交通成本函数为凹函数，但此时 $4f\left(\frac{1}{2}\right)\geqslant f'\left(\frac{1}{4}\right)$，即交通成本相对于边际交通成本来足够大，那么只要两家企业在第一期选择的产品产异化程度足够大，在第二期两家企业进行价格竞争的结果就会是一个对称的纯策略均衡。事实上，给定此时企业之间的产品差异化程度很接近于最大化的产品差异，如果企业选择定理 1 中给出的价格组合的话，那么两家企业是平分市场的。如果任一企业选择单方面降价的话，因为两家企业交界处（也就是市场分割处）的消费者距离该企业足够远，同时交通成本函数 $f(l)$ 相对于边际交通成本来说足够大，所以为了把消费者从竞争对手那里吸引过来，降价企业必须把价格降低较大的幅度，而这将是无利可图的。即，此时没有企业会有动机单方面降价，引理 2 给出的无偏离条件是满足的，价格竞争这个子博弈存在纯策略均衡。

引理 4　对于凸函数 $f(l)$，如果存在混合策略均衡，使得企业 1、2 都在

区间 $[\underline{p},\bar{p}]$ 上根据分布函数 $F(p)$ 选择价格，那么 $\bar{p}\leqslant p^*$。[3]

证明 见附录 4。Q. E. D

引理 5 对于凹函数 $f(l)$，如果存在混合策略均衡，使得企业 1、2 都在区间 $[\underline{p},\bar{p}]$ 上根据分布函数 $F(p)$ 选择价格，那么 $\bar{p}\leqslant p^*$。[4]

证明 见附录 5。Q. E. D

引理 4 和引理 5 讨论的是可能存在的混合策略价格竞争均衡。指出了当纯策略的价格竞争均衡不存在时（即定理 1 给出的不是一个全局的均衡时），那么两家企业都会有动机竞相降价，最后达到的混合策略竞争均衡中，两家企业的利润比起同时选择定理 1 中的定价方案时，都会有所下降，这也是一种类型的囚徒困境。混合策略的价格竞争均衡的计算是非常困难的，引理 4 和引理 5 的结论使得我们能够通过类似放缩的方法避开对混合策略均衡的直接求解，这是处理这个问题一种比较巧妙的方法。当然数值模拟的方法也是求解混合策略均衡的一种思路，但是难以得出一些具有普遍性的结论。

回到博弈第一期，企业 2 选择最优的进入位置 x。

定理 2 对于凸函数 $f(l)$，若其满足 $\frac{1}{f'(l)}$ 为凸函数，那么进入位置 $x=\frac{1}{2}$ 是企业 2 的一个全局最优选择。

证明 见附录 6。Q. E. D

推论 1 对于凸函数 $f(l)$，若其满足 $\forall y>0$，就有 $f'(y)f'''(y)-2f''^2(y)<0$，那么进入位置 $x=\frac{1}{2}$ 是企业 2 的一个全局最优选择。

证明 见附录 6。Q. E. D

定理 3 对于凹函数 $f(l)$，若其满足 $4f\left(\frac{1}{2}\right)\geqslant f'\left(\frac{1}{4}\right)$，以及 $\frac{1}{f'(l)}$ 为凸函数，那么进入位置 $x=\frac{1}{2}$ 是企业 2 的一个全局最优选择。

证明 同定理 2。Q. E. D

推论 2 对于凹函数 $f(l)$，若其满足 $4f\left(\frac{1}{2}\right)\geqslant f'\left(\frac{1}{4}\right)$，以及 $\forall y>0$，就有 $f'(y)f'''(y)-2f''^2(y)<0$，那么进入位置 $x=\frac{1}{2}$ 是企业 2 的一个全局最优

[3] 请注意，混合策略均衡并不一定存在。另外，容易验证当 $f(l)=l^2$ 时，定理 1 给出的结果始终是一个纯策略的全局均衡。

[4] 请注意，混合策略均衡并不一定存在。

选择。

证明　同定理 2。Q. E. D

定理 2 和定理 3，以及推论 1 和推论 2 是本文几个最主要的结论，根据引理 4 和引理 5 我们已经知道，企业 2 在第一期一定会选择足够大[5]的产品差异化程度以使得第二期的价格竞争均衡为纯策略均衡。所以我们可以把注意力集中到定理 1 所给出的纯策略价格竞争均衡的结果。正如我们从定理 1 中所看到的，交通成本函数以一阶导数（即边际交通成本）的形式决定了企业的均衡定价和利润。一般地，我们可能会有以下直觉：当交通成本函数为凸函数时，企业会选择产品差异最大化；当交通成本函数为凹函数时，企业不会选择产品差异最大化。推论 1 和推论 2 证明了上述直觉是错误的，并且指出产品差异最大化对交通成本函数的要求是$\frac{1}{f'(l)}$（边际交通成本的倒数）为凸函数。

推论 3　对于线性函数 $f(l)=l$，任意的进入位置 $x\in\left[\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right]$ 都是企业 2 的最优选择。

证明　由定理 1、引理 1 和引理 5 可证。Q. E. D

定理 2 和定理 3，以及推论 1 和推论 2 给出了产品差异最大化的充分必要条件，为了更加清楚地理解这两个定理，我们考虑如下两种交通函数的特例：

（1）凸函数 $f(l)=l^3+3l$，给定企业 2 的进入位置 x，当 x 在$\frac{1}{2}$附近时，容易计算价格竞争的均衡结果为

$$p_1^*(x)=p_2^*(x)=v+\frac{1}{\dfrac{1}{\dfrac{3x^2}{4}+3}+\dfrac{1}{\dfrac{3(1-x)^2}{4}+3}},$$

$$\pi_1^*(x)=\pi_2^*(x)=\frac{1}{\dfrac{2}{\dfrac{3x^2}{4}+3}+\dfrac{2}{\dfrac{3(1-x)^2}{4}+3}},$$

从而

$$\left.\frac{\partial\pi_2^*(x)}{\partial x}\right|_{x=\frac{1}{2}}=\left[\frac{2}{\dfrac{3x^2}{4}+3}+\frac{2}{\dfrac{3(1-x)^2}{4}+3}\right]^{-2}\left.\left\{\frac{3x}{\left(\dfrac{3x^2}{4}+3\right)^2}-\frac{3(1-x)}{\left[\dfrac{3(1-x)^2}{4}+3\right]^2}\right\}\right|_{x=\frac{1}{2}}=0,$$

[5] 事实上，我们可以证明，当企业在第一期选择足够小的产品差异时，第二期的价格竞争均衡必定是混合策略均衡，此处不赘述。

$$\left.\frac{\partial^2 \pi_2^*(x)}{\partial x^2}\right|_{x=\frac{1}{2}} = \frac{13}{8}\left[\frac{2}{\frac{3x^2}{4}+3}+\frac{2}{\frac{3(1-x)^2}{4}+3}\right]^{-2} \left.\frac{1}{3\left(\frac{17}{16}\right)^3}\right|_{x=\frac{1}{2}} > 0.$$

所以进入位置 $x=\frac{1}{2}$ 不是企业 2 的一个全局最优选择。

（2）凹函数 $f(l)=2l-l^2$，$l\leqslant\frac{1}{2}$，给定企业 2 的进入位置 x，容易计算价格竞争的局部均衡结果为

$$p_1^*(x) = p_2^*(x) = v + x(1-x),$$
$$\pi_1^*(x) = \pi_2^*(x) = \frac{x(1-x)}{2},$$

从而

$$\left.\frac{\partial \pi_2^*(x)}{\partial x}\right|_{x=\frac{1}{2}} = \left.\frac{1-2x}{2}\right|_{x=\frac{1}{2}} = 0,$$
$$\left.\frac{\partial^2 \pi_2^*(x)}{\partial x^2}\right|_{x=\frac{1}{2}} = -1 < 0.$$

所以企业 2 总是有动机选择进入位置 $x=\frac{1}{2}$。此时 $\pi_1^*\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}$，而企业 1 若是降价夺取整个市场的收益则为 $\underline{\pi}_1=p_2^*-f\left(\frac{1}{2}\right)-v=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=0<\pi_1^*\left(\frac{1}{2}\right)$，所以进入位置 $x=\frac{1}{2}$ 确实是企业 2 的一个全局最优选择。

除了给出产品差异最大化的充分必要条件以外，关于纯策略的产品差异化最优选择的存在性，我们有如下定理：

定理 4 对于任意的交通成本函数 $f(l)$，如果 $\frac{1}{f'(l)}$ 在 Ω^c 上为凸函数，那么企业 2 存在一个最优的进入位置 x。

证明 见附录 7。Q. E. D

定理 4 给出了纯策略的产品差异化最优选择存在性的充分条件。

接下来我们把注意力集中到福利方面，容易求出社会福利为

$$W(x) = U - v - 2\int_0^{\frac{x}{2}} f(l)\,\mathrm{d}l - 2\int_0^{\frac{1-x}{2}} f(l)\,\mathrm{d}l.$$

我们有如下结论：

定理 5 对于整个社会来说，产品差异最大化始终是最优的。

证明 见附录 8。

定理 5 证明了整个社会的最优选择始终是产品差异最大化，但是对比定理 2 和定理 3，我们看到自由市场竞争的结果并不总是产品差异最大化，也就

是说市场竞争均衡对于整个社会来说，并不总是最优的。只有当交通成本函数 $f(l)$ 满足$\frac{1}{f'(l)}$为凸函数时，自由市场竞争的结果才是合意的；否则，企业之间为了争夺市场份额，增加利润，会选择过低的产品差异程度，此时如果存在一个全能的政府能够对产品差异程度进行管制，才能够恢复到帕累托最优的结果。

五、结　　论

产品差异化在过去将近一个世纪里都是经济学家重视的问题，在 Hotelling 的线性城市基础上发展起来的空间模型也是讨论产品差异化的主要模型工具之一，但是在不同的交通成本假设下，市场均衡的结果完全不同甚至截然相反。现有的文献和模型都忽视了交通成本函数的重要性，这一缺陷在本文中得到了补充和完善。本文在环形城市模型中，关注于不同的交通成本函数对企业选择产品差异化程度的影响。对于任意的交通成本函数 $f(l)$ 和两家企业的产品差异化程度x，我们给出了价格竞争这个子博弈的局部均衡显式结果，并且指出只要企业选择足够大的产品差异程度，那么在适当条件下，这确实是一个全局的价格竞争均衡。进一步的，我们给出了企业选择产品差异最大化对于交通成本函数 $f(l)$ 的充分必要条件。并且，我们还给出了纯策略的产品差异化最优选择存在性的充分条件。

正如本文所探讨的，交通成本函数对企业的产品差异化程度具有重要影响，但是现存的经济学文献对于这一问题的关注远不够充分，仅有的结论也只是本文的一些特例。Anderson（1988）在线性城市模型基础上讨论了交通成本函数为二次多项式的情况，指出当且仅当交通成本函数足够凸时，价格竞争才存在纯策略均衡。本文则针对一般的交通成本函数形式在环形城市模型中进行讨论，指出当两家企业在第一期选择足够大的产品差异化程度，且交通成本函数满足一定的凹凸性条件时，价格竞争的均衡结果必定是纯策略均衡，而给出价格竞争存在纯策略均衡的充分必要条件则是我们接下来努力的方向。一旦这一问题得到解决，那么我们可以讨论市场均衡的产品差异化程度以及社会最优的产品差异化程度等问题。另一方面，混合策略的价格竞争均衡的计算是非常困难的，本文使用了类似放缩的方法避开了对混合策略均衡的直接求解，我们认为这是处理这个问题一个比较好的方法。我们下一步会尝试使用数值模拟的方法求解混合策略均衡，这将有助于我们对社会最优的产品差异化程度的讨论。

此外，我们看到产品差异最大化是帕累托最优的，但是市场自由竞争的结果并不能始终导出这个结果，此时社会资源的分配利用效率存在改进的空间。

附录1

为了便于表述，我们记顺时针方向为正方向，企业1在顺时针方向占领的市场为m，在逆时针方向占领的市场为n，其中$m,n\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$，且$m$和$n$是企业2坐标$x$、企业定价$p_1$和$p_2$的函数，记为$m(x,p_1,p_2)$和$n(x,p_1,p_2)$，满足：

$$p_1+f(m)=p_2+f(x-m),$$
$$p_1+f(n)=p_2+f(1-x-n),$$

从而企业1、2的利润表达式分别为

$$\pi_1(p_1,p_2)=(p_1-v)[m(x,p_1,p_2)+n(x,p_1,p_2)],$$
$$\pi_2(p_1,p_2)=(p_2-v)[1-m(x,p_1,p_2)-n(x,p_1,p_2)],$$

企业1选择最优的定价p_1来最大化利润

$$\max_{p_1}\pi_1(p_1,p_2),$$

企业2选择最优的定价p_2来最大化利润

$$\max_{p_2}\pi_2(p_1,p_2),$$

从中可以解得

$$p_1^*(x)=p_2^*(x)=v+\frac{1}{\dfrac{1}{f'\left(\dfrac{x}{2}\right)}+\dfrac{1}{f'\left(\dfrac{1-x}{2}\right)}},$$

$$\pi_1^*(x)=\pi_2^*(x)=\frac{1}{\dfrac{2}{f'\left(\dfrac{x}{2}\right)}+\dfrac{2}{f'\left(\dfrac{1-x}{2}\right)}},$$

容易验证二阶条件此时得到满足。

附录2

由对称性，我们只需要考虑$x\in\left(\frac{1}{2}-\varepsilon,\frac{1}{2}\right)$即可。

给定企业2定价$p_2^*(x)$，我们需要比较$\pi_1(p_1^*(x),p_2^*(x))$和$\max\limits_{p_1}\pi_1(p_1,p_2^*(x))$这两者的大小关系。只要$x$足够接近$\frac{1}{2}$，即$\varepsilon$足够小，由利润函数的连续性可知，$\max\limits_{p_1}\pi_1(p_1,p_2^*(x))\leqslant\pi_1(p_1^*(x),p_2^*(x))$必定成立。所以给定企业2选择价格$p_2^*(x)$，企业1最优的价格选择就是$p_1^*(x)$。

附录3

类似附录2的证明，唯一的区别是，当交通成本函数为凸函数时，$4f\left(\frac{1}{2}\right)\geqslant f'\left(\frac{1}{4}\right)$必定成立；而对于凹的交通成本函数，这一条件是必不可缺的。

附录4

反证法，假设$\bar{p}>p^*$，给定企业1在区间$[\underline{p},\bar{p}]$上根据分布函数$F(p)$取值，我们将

证明企业 2 不会根据分布函数 $F(p)$ 取值。特别地，我们将证明对于企业 2 来说，$\bar{p}-\varepsilon$ 严格占优于 $\bar{p}$。分情况讨论：

（1）$p^{*}<\bar{p}+f\left(\frac{1}{2}-x\right)-f\left(\frac{1}{2}\right)<\bar{p}$

（i）$p_1\in\left(\bar{p}+f\left(\frac{1}{2}-x\right)-f\left(\frac{1}{2}\right),\bar{p}\right]$，若 $p_1=\bar{p}$，则 $p_1>p^{*}$，所以根据正文注释②，企业 2 会有动机降价，即 $\bar{p}-\varepsilon$ 严格占优于 $\bar{p}$。另外，由于企业之间的价格呈互补关系，因此随着企业 1 的降价，企业 2 也会降价，从而对企业 2 来说 $\bar{p}-\varepsilon$ 严格占优于 $\bar{p}$。

（ii）$p_1\in\left[\underline{p},\bar{p}+f\left(\frac{1}{2}-x\right)-f\left(\frac{1}{2}\right)\right]$，此时如果企业 2 定价 $p_2=\bar{p}$，那么企业 2 的市场份额为零，所以 $\bar{p}-\varepsilon$ 严格占优于 $\bar{p}$。

（2）$\bar{p}+f\left(\frac{1}{2}-x\right)-f\left(\frac{1}{2}\right)\leqslant p^{*}<\bar{p}$

（i）$p_1\in(p^{*},\bar{p}]$，若 $p_1=\bar{p}$，则 $p_1>p^{*}$，所以根据正文注释②，企业 2 会有动机降价，即 $\bar{p}-\varepsilon$ 严格占优于 $\bar{p}$。另外，由于企业之间的价格呈互补关系，因此随着企业 1 的降价，企业 2 也会降价，从而对企业 2 来说 $\bar{p}-\varepsilon$ 严格占优于 $\bar{p}$。

（ii）$p_1\in\left(\bar{p}+f\left(\frac{1}{2}-x\right)-f\left(\frac{1}{2}\right),p^{*}\right]$，由于企业之间的价格呈互补关系，且 $p_1<p^{*}$，又延续（i）中的逻辑，可知对企业 2 来说 $\bar{p}-\varepsilon$ 严格占优于 $\bar{p}$。

（iii）$p_1\in\left[\underline{p},\bar{p}+f\left(\frac{1}{2}-x\right)-f\left(\frac{1}{2}\right)\right]$，此时如果企业 2 定价 $p_2=\bar{p}$，那么企业 2 的市场份额为零，所以 $\bar{p}-\varepsilon$ 严格占优于 $\bar{p}$。

附录 5

同引理 4。

附录 6

首先，根据引理 1，我们知道当 x 足够接近 $\frac{1}{2}$ 时，定理 1 给出的价格竞争均衡是全局均衡。其次，根据引理 3，我们知道，如果存在混合策略均衡，那么混合策略均衡的利润是低于定理 1 给出的纯策略均衡的（$\bar{p}\leqslant p^{*}$），所以企业 2 总是会避免选择会导致混合策略均衡的进入位置 x。

又根据定理 1，我们知道，当企业 2 的进入位置在 $\frac{1}{2}$ 附近时，企业 2 的利润函数为[6]

$$\pi_2^{*}(x)=\frac{1}{\dfrac{2}{f'\left(\dfrac{x}{2}\right)}+\dfrac{2}{f'\left(\dfrac{1-x}{2}\right)}},$$

满足

$$\left.\frac{\partial\pi_2^{*}(x)}{\partial x}\right|_{x=\frac{1}{2}}=0,\quad \operatorname{sign}\left(\left.\frac{\partial\pi_2^{*}(x)}{\partial x}\right|_{x<\frac{1}{2}}\right)=\operatorname{sign}\left[\frac{f''\left(\dfrac{x}{2}\right)}{f'^{2}\left(\dfrac{x}{2}\right)}-\frac{f''\left(\dfrac{1-x}{2}\right)}{f'^{2}\left(\dfrac{1-x}{2}\right)}\right],$$

[6] 由对称性，我们只需考虑 $x\in\left(\frac{1}{2}-\varepsilon,\frac{1}{2}\right)$。

所以企业 2 的选择取决于函数$\frac{f''(y)}{f'^2(y)}$的单调性。

容易计算

$$\frac{\partial\frac{f''(y)}{f'^2(y)}}{\partial y}=\frac{f'^2(y)f'''(y)-2f''^2(y)f'(y)}{f'^4(y)}=\frac{1}{f'^3(y)}[f'(y)f'''(y)-2f''^2(y)],$$

所以当 $f'(y)f'''(y)-2f''^2(y)<0$ 时，$\frac{f''(y)}{f'^2(y)}$为单调递减函数，从而

$$\operatorname{sign}\left(\frac{\partial\pi_2^*(x)}{\partial x}\bigg|_{x<\frac{1}{2}}\right)=\operatorname{sign}\left[\frac{f''\left(\frac{x}{2}\right)}{f'^2\left(\frac{x}{2}\right)}-\frac{f''\left(\frac{1-x}{2}\right)}{f'^2\left(\frac{1-x}{2}\right)}\right]>0.$$

企业 2 总是有动机远离企业 1，而且 $x=\frac{1}{2}$是一个全局的最优选择。

进一步的，我们容易证明 $\forall y>0$，就有 $f'(y)f'''(y)-2f''^2(y)<0$ 等价于$\frac{1}{f'(l)}$为凸函数，故定理 2 得证。

附录 7

根据引理 1，$x\in\Omega^c$ 时价格竞争的结果只可能是混合策略均衡。又根据引理 5，我们知道此时混合策略均衡的利润是小于纯策略均衡[7]的利润的。

而当 $x\in\Omega$ 时，“辅助均衡”成为了真正的价格竞争均衡，根据利润函数的连续性以及$\frac{1}{f'(l)}$在 Ω^c 上的凸性，我们知道企业 2 必定会在 $x\in\Omega$ 范围内选择最优的进入位置，在这个有界闭区间内，企业 2 的利润函数为

$$\pi_2^*(x)=\frac{1}{\frac{2}{f'\left(\frac{x}{2}\right)}+\frac{2}{f'\left(\frac{1-x}{2}\right)}},$$

必定存在极大值。

附录 8

容易验证，社会福利函数 $W(x)$ 对于企业 2 的进入位置 x 是一个凹函数，且

$$\frac{\partial W(x)}{\partial x}=0\Longleftrightarrow f\left(\frac{x}{2}\right)=f\left(\frac{1-x}{2}\right)\Longleftrightarrow x=\frac{1}{2},$$

所以对整个社会来说，产品差异最大化总是最优的。

参 考 文 献

[1] Anderson, S.,“Equilibrium Existence in the Linear Model of Spatial Competition”, *Economica*, 1988, 55(220), 479—491.

[7] 纯策略均衡只是一个局部均衡，不可能出现，我们不妨称之为“辅助均衡”(auxiliary equilibrium)。

[2] Brynjolfsson, E., Y. Hu, and M. Smith, "Consumer Surplus in the Digital Economy: Estimating the Value of Increased Product Variety at Online Booksellers", *Management Science*, 2003, 49(11), 1580—1596.

[3] Chamberlin, E., *The Theory of Monopolistic Competition*. Cambridge, Mass: Harvard University Press, 1933.

[4] D'Aspremont, C., J. Gabszewicz, and J. Thisse, "On Hotelling's 'Stability in Competition'", *Econometrica*, 1979, 47(5), 1145—1150.

[5] Dixit, A., and J. Stiglitz, "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity", *American Economic Review*, 1977, 67(3), 297—308.

[6] Economides, N., "Minimal and Maximal Product Differentiation in Hotelling's Duopoly", *Economic Letters*, 1986, 21(1), 67—71.

[7] Economides, N., "Quality Variations and Maximal Variety Differentiation", *Regional Science and Urban Economics*, 1989, 19(1), 21—29.

[8] Economides, N., "Quality Variations in the Circular Model of Variety-differentiated Products", *Regional Science and Urban Economics*, 1993, 23(2), 235—257.

[9] Hotelling, H., "Stability in Competition", *Economic Journal*, 1929, 39(153), 41—57.

[10] Kim, H., and K. Serfes, "A Location Model with Preference for Variety", *Journal of Industrial Economics*, 2006, 54(4), 569—595.

[11] Klemperer, P., "Equilibrium Product Lines: Competing Head-to-Head May Be Less Competitive", *American Economic Review*, 1992, 82(4), 740—755.

[12] Lancaster, K., "Socially Optimal Product Differentiation", *American Economic Review*, 1975, 65(4), 567—585.

[13] Lancaster, K. "Variety, Equity, and Efficiency: Product Variety in an Industrial Society", New York: *Columbia University Press*, 1979.

[14] Lerner, A., and H. Singer, "Some Notes on Duopoly and Spatial Competition", *Journal of Political Economy*, 1937, 45(2), 145—186.

[15] 蔺雷、吴贵生,"服务延伸产品差异化:服务增强机制探讨——基于 Hotelling 地点模型框架内的理论分析",《数量经济技术经济研究》, 2005 年第 8 期,第 137—147 页。

[16] 潘晓军、陈宏民,"基于网络外部性的规模收益与产品差异化",《管理科学学报》,2003 年第 3 期,第 28—34 页。

[17] Perloff, J., and S. Salop, "Equilibrium with Product Differentiation", *Review of Economic Studies*, 1985, 52(1), 107—120.

[18] Ranaivoson, H., "The Economic Analysis of Product Diversity", *Cahiers de la Maison des Sciences Economiques* r05083, Université Panthéon-Sorbonne (Paris 1), 2005.

[19] Robinson, J., "What is Perfect Competition?" *Quarterly Journal of Economics*, 1934, 49(1), 104—120.

[20] Salop, S., "Monopolistic Competition with Outside Goods", *Bell Journal of Economics*, 1979, 10(1), 141—156.

[21] Spence, M., "Product Differentiation and Welfare", *American Economic Review*, 1976, 66(2), 407—414.

[22] Stern, N., "The Optimal Size of Market Areas", *Journal of Economic Theory*, 1972, 4(2), 154—173.

[23] Suen, W., "The Value of Product Diversity", *Oxford Economic Papers*, 1991, 43(2), 217—223.

The Optimal Product Position Choice

QIANG GONG
(*Peking University*)
YI ZHANG
(*University of Wisconsin-Madison*)

Abstract This paper explores how the cost function of transportation affects the optimal product position. In the game, firms choose their product positions first. Then they engage in price competition. We find that, it is the concavity of the inverse of the first derivative of the transportation cost function that guarantees the equi-distance positioning in equilibrium. When the inverse is concave, firms choose maximum product differentiation, which is Pareto optimal. However, free market competition does not always yield such desirable outcomes, in which case potential Pareto improvements are possible.

JEL Classifications D21, L13, L21